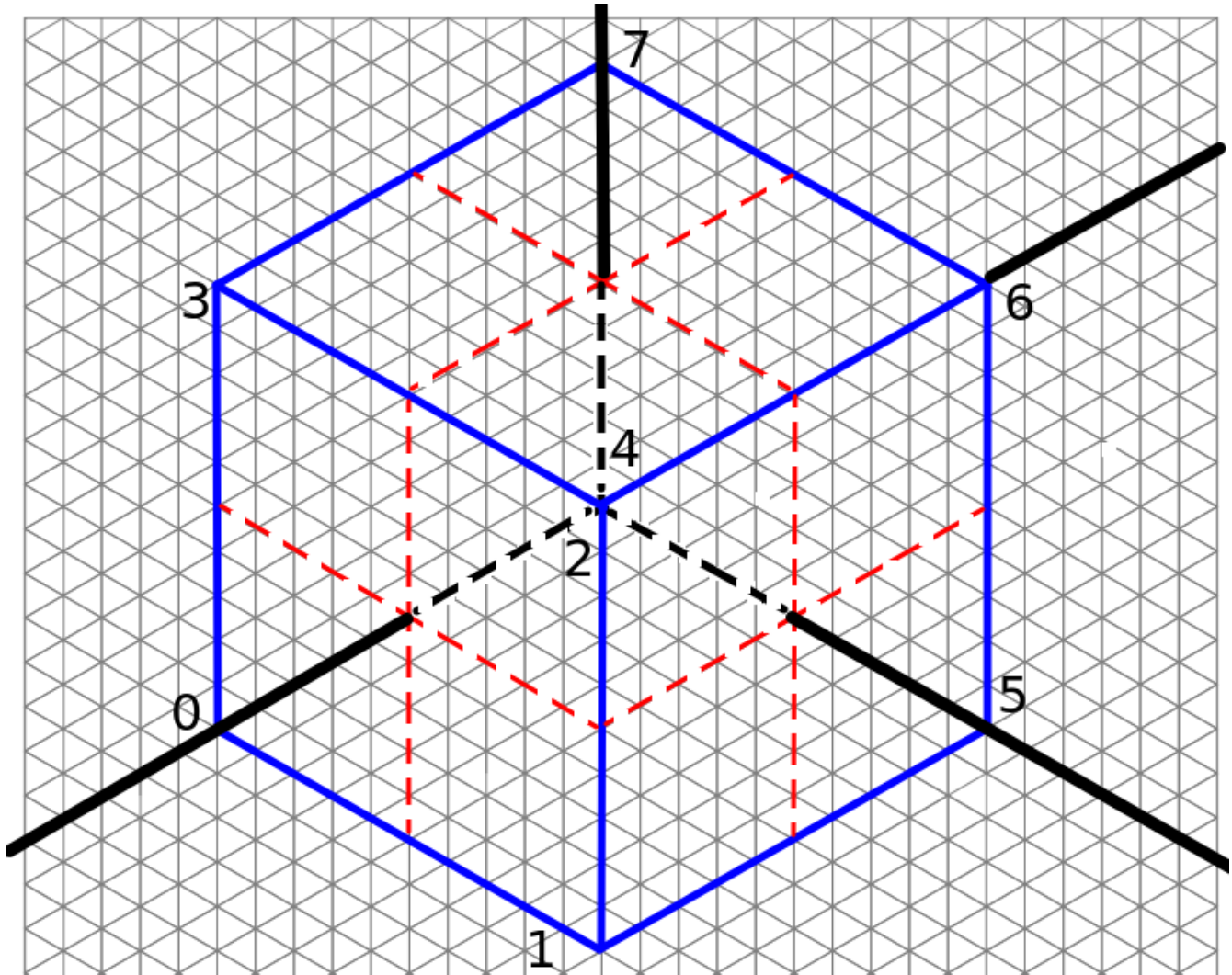


Ejercicio de la Cámara Sintética, que permite calcular las proyecciones sin perspectiva y con perspectiva de un objeto en 3D.

Supóngase que se tiene un cubo definido en un sistema de coordenadas mundiales 3D. Como se muestra en el esquema :



El cubo tiene 200 unidades por lado, está centrado exactamente en el origen y sus 8 coordenadas son las siguientes :

- 0 <-100,-100,-100>
- 1 < 100,-100,-100>
- 2 < 100, 100,-100>
- 3 <-100, 100,-100>
- 4 <-100,-100, 100>
- 5 < 100,-100, 100>
- 6 < 100, 100, 100>
- 7 <-100, 100, 100>

Sus 12 aristas son 0-1, 1-2, 2-3, 0-3, 4-5, 5-6, 6-7, 4-7, 0-4, 1-5, 2-6 y 3-7

Se pretende dibujar la proyección de ese cubo tal y como se vería desde el plano de visión de una cámara sintética. Se dan como datos el vector R y el vector O, en donde R es la posición de la cámara sintética y O el punto hacia dónde la cámara observa. Así también se da la posición del plano de visión denotada por D.

Se deben calcular dos proyecciones, una sin perspectiva y otra con perspectiva.

Para facilitar el procedimiento de cálculo, se recomienda usar el formato proporcionado por el profesor, de manera que el proceso se realice de manera ordenada.

Ejemplo:

Suponiendo que el vector O sea (0, 0, 0), el vector R sea (250, 260, -240) y la posición del plano de visión sea D=300, calcular y dibujar las proyecciones del cubo sin perspectiva y con perspectiva.

Procedimiento:

Primero se calculan los vectores N, V y U del sistema de visión de la cámara sintética:

Datos: O = (0, 0, 0) R = (250, 260, -240) D = 300

Para obtener N:

$$N = (O-R) / |O-R|$$

$$(O-R) = (0, 0, 0) - (250, 260, -240) = (-250, -260, 240)$$

$$|O-R| = \sqrt{(-250)^2 + (-260)^2 + (240)^2} = 433.2435804$$

$$N = \frac{(-250, -260, 240)}{433.2435804}$$

$$N = \left(\frac{-250}{433.2435804}, \frac{-260}{433.2435804}, \frac{240}{433.2435804} \right)$$

$$N = (-0.5770, -0.6001, 0.5540)$$

Para obtener vector V:

$$UP = (0, 1, 0)$$

$$UP \cdot N = (0, 1, 0) \cdot (-0.5770, -0.6001, 0.5540)$$

$$UP \cdot N = (0) \cdot (-0.5770) + (1) \cdot (-0.6001) + (0) \cdot (0.5540)$$

$$UP \cdot N = -0.6001$$

$$UP - (UP \cdot N) N = (0, 1, 0) - (-0.6001) \cdot (-0.5770, -0.6001, 0.5540)$$

$$UP - (UP \cdot N) N = (0, 1, 0) + 0.6001 \cdot (-0.5770, -0.6001, 0.5540)$$

$$\begin{aligned} \text{UP} - (\text{UP} \cdot \text{N}) \text{N} &= (0, 1, 0) + (-0.3463, -0.3601, 0.3325) \\ \text{UP} - (\text{UP} \cdot \text{N}) \text{N} &= (-0.3463, 0.6399, 0.3325) \\ \text{UPP} &= (-0.3463, 0.6399, 0.3325) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |\text{UPP}| &= \sqrt{(-0.3463)^2 + (0.6399)^2 + (0.3325)^2} \\ |\text{UPP}| &= 0.7999 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{V} &= \text{UPP} / |\text{UPP}| = (-0.3463, 0.6399, 0.3325) / 0.7999 \\ \text{V} &= (-0.4329, 0.7999, 0.4156) \end{aligned}$$

Para obtener vector U:

$$\text{U} = (\text{V} \times \text{N}) / |\text{V} \times \text{N}|$$

$$\text{V} \times \text{N} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -0.4329 & 0.7999 & 0.4156 \\ -0.5770 & -0.6001 & 0.5540 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} \text{V} \times \text{N} &= ((0.7999)*(0.5540) - (-0.6001)*(0.4156)) i \\ &\quad - ((-0.4329)*(0.5540) - (-0.5770)*(0.4156)) j \\ &\quad + ((-0.4329)*(-0.6001) - (-0.5770)*(0.7999)) k \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{V} \times \text{N} &= (0.6925, 0, 0.7213) \\ |\text{V} \times \text{N}| &= 1 \end{aligned}$$

$$\text{U} = (0.6925, 0, 0.7213)$$

Una vez obtenidos los vectores unitario N, V y U, procedemos a transformar las coordenadas mundiales de los vértices a sus correspondientes coordenadas en el sistema de visión Pvx, Pvy y P vz. Como ejemplo transformaremos la coordenada del vértice 0:

Para Vértice 0:

$$\text{P} = (-100, -100, -100)$$

$$\text{P-R} = (-100, -100, -100) - (250, 260, -240) = (-350, -360, 140)$$

$$\text{Pvx} = (\text{P-R}) \cdot \text{U} = (-350, -360, 140) \cdot (0.6925, 0, 0.7213) = -141.3930$$

$$\text{Pvy} = (\text{P-R}) \cdot \text{V} = (-350, -360, 140) \cdot (-0.4329, 0.7999, 0.4156) = -78.2650$$

$$\text{Pvz} = (\text{P-R}) \cdot \text{N} = (-350, -360, 140) \cdot (-0.5770, -0.6001, 0.5540) = 495.5460$$

Con lo anterior, las coordenadas sin perspectiva del vértice 0 en el plano de proyección son:

$$\begin{aligned} x &= \text{Pvx} = -141.3930 \text{ ó redondeando } -141 \\ y &= \text{Pvy} = -78.2650 \text{ ó redondeando } -78 \end{aligned}$$

Y las coordenadas con perspectiva se calculan como sigue:

$$x = P_{vx} / P_{vz} * D = -141.3930 / 495.5460 * 300 = -85.59 \text{ ó redondeando } -86$$

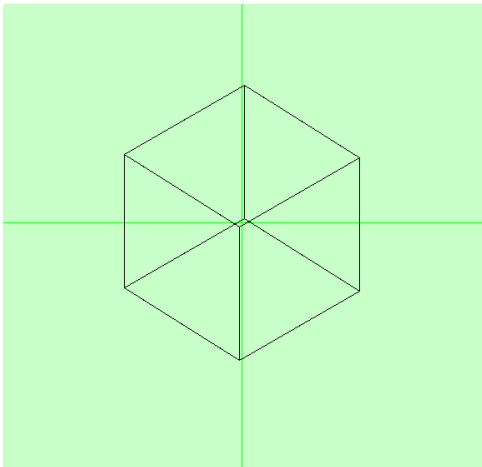
$$y = P_{vy} / P_{vz} * D = -78.2650 / 495.5460 * 300 = -47.38 \text{ ó redondeando } -47$$

Si repetimos el proceso para los demás vértices del cubo obtenemos la siguiente tabla:

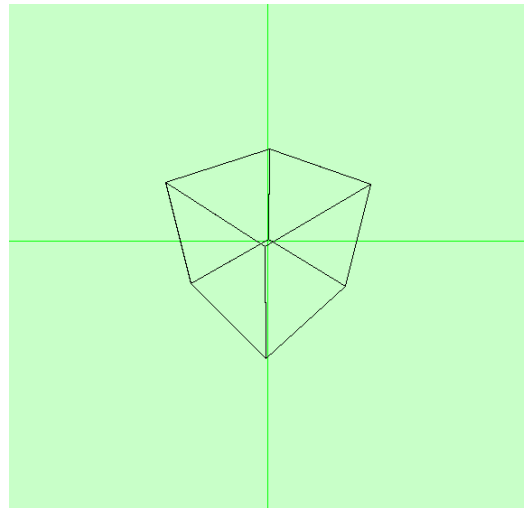
No.	Vértice (P)	P-R	(P-R).U	(P-R).V	(P-R).N	xsp	ysp	xcp	ycp
0	<-100,-100,-100>	<-350,-360, 140>	-141.39	-78.26	495.56	-141	-78	-86	-47
1	<100,-100,-100>	<-150,-360, 140>	-2.89	-164.84	380.16	-3	-165	-2	-130
2	<100, 100,-100>	<-150,-160, 140>	-2.89	-4.86	260.13	-3	-5	-3	-6
3	<-100, 100,-100>	<-350,-160, 140>	-141.39	81.72	375.54	-141	82	-113	65
4	<-100,-100, 100>	<-350,-360, 340>	2.89	4.86	606.36	3	5	1	2
5	<100,-100, 100>	<-150,-360, 340>	141.39	-81.72	490.95	141	-82	86	-50
6	<100, 100, 100>	<-150,-160, 340>	141.39	78.26	370.92	141	78	114	63
7	<-100, 100, 100>	<-350,-160, 340>	2.89	164.84	486.33	3	165	2	102

Ahora sólo falta graficar en 2D los valores *xsp* y *ysp* para la proyección sin perspectiva y los valores *xcp* y *ycp* para la proyección con perspectiva (hágalo por separado).

Nota: Cuando se grafique unáanse con líneas los pares de vértices correspondientes para formar las aristas del cubo, tanto en la proyección sin perspectiva y con perspectiva. Las aristas que sean ocultas trácelas con línea punteada y las visibles con línea continua. (En la figura que se proporcionó al principio del documento, se pueden ver las aristas y los vértices que las forman). Las figuras siguientes muestran una idea de como deben verse las proyecciones una vez dibujadas. El alumnos deben dibujarlas en papel en una hoja cadriculada, mostrándolas en estructura de alambre.



Proyección sin perspectiva



Proyección con perspectiva

